คณิตศาสตร์เบื้องหลังความเที่ยง: ทำไมจึงใช้ KR-20 กับ Cronbach's Alpha แทนกันได้*

THE MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF RELIABILITY: WHY KR-20 AND CRONBACH'S ALPHA CAN BE USED INTERCHANGEABLY

ปุริมปรัชญ์ คณิณพศุตย์

Purimpratch Khaninphasut

สำนักทะเบียนและวัดผล มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

Office of Registration, Records and Evaluation, Sukhothai Thammathirat Open University, Thailand

Corresponding Author's Email: purim.orestou@gmail.com

วันที่รับบทความ : 7 กุมภาพันธ์ 2569; วันแก้ไขบทความ 23 กุมภาพันธ์ 2569; วันตอบรับบทความ : 25 กุมภาพันธ์ 2569

Received 7 February 2026; Revised 23 February 2026; Accepted 25 February 2026

บทคัดย่อ

ความเที่ยงของเครื่องมือวิจัยนับเป็นหัวใจสำคัญของการวิจัยเชิงปริมาณ โดยเฉพาะการตรวจสอบความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายในซึ่งเป็นแนวทางที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลาย สถิติที่ใช้กันอย่างกว้างขวางประกอบด้วย Kuder–Richardson 20 (KR-20) ซึ่งเหมาะสมกับข้อมูลที่ให้คะแนนแบบ 2 ค่า (0 หรือ 1) และ Cronbach's Alpha ที่ใช้ได้ทั้งกับมาตรวัดประมาณค่าและข้อมูลแบบ 2 ค่า อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัตินักวิจัยจำนวนไม่น้อยเลือกใช้ Cronbach's Alpha วิเคราะห์ข้อมูลทุกลักษณะ รวมถึงข้อมูลแบบทวิภาค โดยยังมีข้อสงสัยว่าการดำเนินการดังกล่าวสอดคล้องกับหลักวิชาการเพียงใด

บทความนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่ออธิบายความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์ระหว่าง KR-20 และ Cronbach's Alpha โดยชี้ให้เห็นว่าเมื่อแบบสอบมีการให้คะแนนเพียง 0 และ 1 ค่าความ

Citation:

* ปุริมปรัชญ์ คณิณพศุตย์. (2569). คณิตศาสตร์เบื้องหลังความเที่ยง: ทำไมจึงใช้ KR-20 กับ Cronbach's Alpha แทนกันได้. วารสารสหศาสตร์การพัฒนาสังคม, 4(1), 1421-1436.

Purimpratch Khaninphasut. (2026). The Mathematical Foundations Of Reliability: Why Kr-20 And Cronbach's Alpha Can Be Used Interchangeably. Journal of Interdisciplinary Social Development, 4(1), 1421-1436.;

DOI: https://doi.org/10.

Website: https://so12.tci-thaijo.org/index.php/JISDIADP/

เที่ยงที่คำนวณจากทั้งสองสูตรจะมีค่าเท่ากัน เนื่องจากต่างตั้งอยู่บนกรอบแนวคิดของทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม และอาศัยหลักการคำนวณจากความแปรปรวนของคะแนนรายข้อและคะแนนรวมทั้งฉบับเป็นสำคัญ ทั้งนี้ ความแปรปรวนรายข้อในสูตร KR-20 ซึ่งคำนวณจากการแจกแจงแบบแบร์นูลลี (pq) มีค่าเทียบเท่ากับความแปรปรวนรายข้อในสูตร Cronbach's Alpha เมื่อข้อมูลเป็นแบบสองค่า บทความจึงนำเสนอทั้งการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างการคำนวณเชิงประจักษ์ และการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Jamovi เพื่อยืนยันว่า ทั้งสองสูตรสามารถใช้แทนกันได้อย่างถูกต้อง พร้อมให้เหตุผลรองรับในเชิงทฤษฎีและการประยุกต์ใช้ เพื่อสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องในการเลือกใช้สถิติดังกล่าวและเพิ่มความน่าเชื่อถือของผลการวิจัยทางการศึกษา

คำสำคัญ: ความเที่ยง, Cronbach's alpha, KR-20, เครื่องมือวิจัย

Abstract

The reliability of research instruments represents a critical foundation in quantitative research, with internal consistency reliability being the most widely employed approach. Two statistical measures are commonly utilized: the Kuder-Richardson Formula 20 (KR20), designed specifically for dichotomously scored data (0 or 1), and Cronbach's Alpha Coefficient, applicable to both rating scales and dichotomous data. However, many researchers routinely apply Cronbach's Alpha to analyze all data types, including dichotomous responses, often remaining uncertain whether this practice aligns with established psychometric principles.

This article aims to explicate the mathematical relationship between KR-20 and Cronbach's Alpha, demonstrating that when instruments employ binary scoring (0 and 1), reliability coefficients calculated using both formulas yield identical values. This equivalence exists because both measures are grounded in Classical Test Theory and employ identical computational principles based on item variance and total test variance. Specifically, item variance in the KR-20 formula, derived from the Bernoulli distribution (pq), equals item variance in Cronbach's Alpha when applied to dichotomous data. The article presents mathematical proofs, empirical

calculation examples, and analytical demonstrations using Jamovi statistical software to confirm that these formulas are interchangeable for dichotomously scored instruments. By providing theoretical justification and practical application, this work clarifies appropriate selection and implementation of these reliability statistics, thereby enhancing methodological rigor and strengthening the validity of educational research findings. Researchers can confidently employ either measure for dichotomous data, understanding that their mathematical equivalence validates interchangeable use in psychometric assessment.

Keywords: Reliability, Cronbach's alpha, KR-20, Research Instrument

บทนำ

ในการวิจัยเชิงปริมาณ (Quantitative Research) "คุณภาพของเครื่องมือ" เปรียบเสมือนหัวใจสำคัญที่จะชี้วัดความน่าเชื่อถือของข้อค้นพบ หากเครื่องมือที่ใช้รวบรวมข้อมูลไม่ว่าจะเป็นแบบสอบถามหรือแบบทดสอบขาดคุณภาพที่เหมาะสม ผลลัพธ์ที่ได้ย่อมขาดความแม่นยำและไม่อาจนำไปอ้างอิงได้ ดังนั้น นักวิจัยจำเป็นต้องตรวจสอบคุณสมบัติทางจิตมิติ (Psychometric Properties) ให้ครอบคลุมทั้งความตรง (Validity) เพื่อยืนยันว่าเครื่องมือสามารถวัดได้ตรงตามวัตถุประสงค์ของการวัด และความเที่ยง (Reliability) ของเครื่องมือวิจัยเพื่อยืนยันความคงเส้นคงวาของผลการวัด (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556; Fraenkel et al., 2019)

แม้ว่าความตรงจะเป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่สุด แต่ความเที่ยงกลับเป็นคุณสมบัติเบื้องต้นที่ส่งผลต่อค่าสัมประสิทธิ์ความตรงโดยตรง หากเครื่องมือขาดความเที่ยงจะมีค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัด (Standard Error of Measurement: SEM) สูง ที่เป็นผลมาจากความคลาดเคลื่อนอย่างสุ่ม (Random Error) ที่แทรกอยู่ในผลการวัด และเมื่อ SEM สูงขึ้นค่าสัมประสิทธิ์ความตรงย่อมลดทอนลง (Nunnally & Bernstein, 1994; Crocker & Algina, 1986) ด้วยเหตุนี้ บทความฉบับนี้จึงมุ่งเน้นความสำคัญไปที่การตรวจสอบความเที่ยง (Reliability)

ในทางปฏิบัติ วิธีการตรวจสอบความเที่ยงที่ได้รับความนิยมมากที่สุด คือ การวัดความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายใน (Internal Consistency) เนื่องจากสะดวกในการเก็บข้อมูลเพียงครั้งเดียว ซึ่งช่วยลดข้อจำกัดเรื่องระยะเวลาและงบประมาณ รวมถึงขจัดปัญหาผลกระทบจากการวัดซ้ำที่อาจทำให้ค่าความเที่ยงคลาดเคลื่อนได้ โดยมีสถิติสองตัวที่ยึดถือเป็นหลักใน

วงการวิจัย คือ Kuder-Richardson 20 (KR-20) ที่พัฒนาโดย Kuder และ Richardson ในปี 1937 และ Cronbach's Alpha ที่พัฒนาต่อยอดโดย Lee Cronbach ในปี 1951 ทั้งสองสูตรนี้ถูกสอนและถ่ายทอดกันมายาวนานว่า มีหน้าที่เฉพาะตัว โดยมักมีข้อแนะนำว่า KR-20 เหมาะสำหรับข้อมูลแบบทวิภาค (Dichotomous) เช่น ข้อสอบที่ให้คะแนน 0 (ตอบผิด) หรือ 1 (ตอบถูก) ในขณะที่ Cronbach's Alpha เหมาะกับมาตรวัดประมาณค่า (Rating Scale) เช่น แบบสอบถามที่วัดความคิดเห็นหรือทัศนคติในลักษณะ 5 ระดับ (5 = มากที่สุด, 4 = มาก, 3 = ปานกลาง, 2 = น้อย, 1 = น้อยที่สุด)

ด้วยความก้าวหน้าของโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติในปัจจุบัน นักวิจัยจำนวนมากเลือกที่จะใช้คำสั่ง Cronbach's Alpha ในการวิเคราะห์ข้อมูลทุกประเภท รวมถึงข้อมูลแบบ 0 และ 1 โดยอาจยังไม่ทราบแน่ชัดว่าการกระทำดังกล่าวมีความถูกต้องตามหลักวิชาการหรือไม่ หรือเป็นเพียงความสะดวกในการใช้โปรแกรมเท่านั้น ปัญหานี้เกิดจากการที่เอกสารทางวิชาการส่วนใหญ่มักนำเสนอสูตรและการใช้งานของทั้งสองสถิตินี้แยกจากกัน ขาดการเชื่อมโยงให้เห็นถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์" (Mathematical Structure) ที่แท้จริง (Cortina, 1993; Tavakol & Dennick, 2011)

บทความนี้ จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อพาผู้อ่านก้าวข้ามการใช้งานเพียงผิวเผิน ไปสู่การทำความเข้าใจ "คณิตศาสตร์เบื้องหลังความเที่ยง" โดยจะแสดงให้เห็นถึงการพิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่าง KR-20 และ Cronbach's Alpha เพื่อตอบคำถามสำคัญที่ว่า ทำไมในทางสถิติและการวิจัย เราจึงสามารถใช้สองสูตรนี้แทนกันได้ เมื่อเข้าใจหลักการนี้แล้ว นักวิจัยจะสามารถเลือกใช้เครื่องมือได้อย่างมั่นใจ มีเหตุผลรองรับที่หนักแน่น และลดความคลาดเคลื่อนในการตีความคุณภาพของเครื่องมือวิจัยได้อย่างมีนัยสำคัญ

แนวคิดเกี่ยวกับความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายใน

แนวคิดเรื่องความเที่ยง หรือเรียกว่า ความเชื่อมั่น (Reliability) มาจากทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม (Classical Test Theory: CTT) ซึ่งอธิบายว่า คะแนนที่สังเกตได้ประกอบด้วย คะแนนจริง และ คะแนนความคลาดเคลื่อน

$$X = T + E$$

โดยที่ X แทน คะแนนที่สังเกตได้ (Observe Score) หรือคะแนนที่ได้จากการทดสอบ

T แทน คะแนนจริง (True Score) หรือคะแนนที่ผู้สอบควรจะได้ตามทฤษฎี

E แทน คะแนนความคลาดเคลื่อน (Error Score)

จากสมการ คะแนนความคลาดเคลื่อน แบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากคุณลักษณะของผู้สอบ (Trait error) หรือความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากตัวผู้สอบ หมายถึง แหล่งของความคลาดเคลื่อนที่อยู่ภายในตัวบุคคลที่ทำการทดสอบ เช่น ผู้สอบไม่ได้อ่านหนังสือมาสอบ หรือผู้สอบลืมตั้งนาฬิกาปลุก และ ความคลาดเคลื่อนจากวิธีการวัด (Method error) หมายถึง แหล่งของความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์การทดสอบ เช่น ระบบคอมพิวเตอร์ขัดข้อง หรือห้องสอบร้อนเกินไป ซึ่งความคลาดเคลื่อนทั้งสองประเภทมีส่วนทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างคะแนนที่แท้จริงกับคะแนนที่สังเกตได้ (Salkind และ Frey, 2022) สามารถเขียนสมการดังกล่าวให้เข้าใจง่ายขึ้นได้ดังนี้

คะแนนที่สังเกตได้ = คะแนนจริง + (ความคลาดเคลื่อนจากผู้สอบ + ความคลาดเคลื่อนจากการวัด)

จากที่กล่าวมาว่า ความเที่ยงมีพื้นฐานมาจากสมการ X = T + E ความเที่ยงจึงเกี่ยวข้องกับความคลาดเคลื่อน เพราะเมื่อความคลาดเคลื่อนลดลง จะทำให้คะแนนจริงใกล้เคียงกับคะแนนที่สังเกตได้ นั่นแสดงว่า ความเที่ยงจะสูงขึ้น ยิ่งถ้าความคลาดเคลื่อนเท่ากับศูนย์หรือไม่มีความคลาดเคลื่อนเลยก็แสดงว่า ความเที่ยงจะสมบูรณ์แบบมาก (perfect reliability) นั่นคือ คะแนนจริงของผู้สอบเท่ากับคะแนนที่สังเกตได้

เมื่อพิจารณาความเที่ยงในอีกความหมายหนึ่ง สามารถอธิบายได้ว่า คะแนนจากการทดสอบซ้ำ (Repeated testings) มีแนวโน้มที่จะเกิดความแปรปรวนขึ้นเสมอ กล่าวคือ แม้จะใช้เครื่องมือวัดเดิมกับบุคคลเดิมภายใต้สภาวะที่คล้ายคลึงกัน คะแนนที่ได้ในแต่ละครั้งก็อาจไม่เท่ากันทุกครั้ง จากแนวคิดนี้ ความเที่ยงจึงหมายถึงสัดส่วนของความแปรปรวนในคะแนนสอบเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงในสมรรถนะหรือพฤติกรรมที่แท้จริงเทียบกับส่วนที่เป็นผลมาจากความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการวัด ซึ่งการลดความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนคือ สิ่งที่ทำให้แบบทดสอบมีความเที่ยงสูงขึ้น (Salkind & Frey, 2022) ดังนั้นจึงสามารถเขียนสมการความเที่ยงในรูปความสัมพันธ์ของความแปรปรวนได้ว่า

$$\text{ความเที่ยง} = \frac{\text{ความแปรปรวนของคะแนนแท้จริง (True score variance)}}{\text{ความแปรปรวนของคะแนนที่สังเกตได้ (Observed score variance)}}$$

หรือ $$\text{ความเที่ยง} = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_X^2}$$

เมื่อพิจารณาสูตรในรูปของความแปรปรวนจะเห็นว่า ค่าความเที่ยงมีค่าตั้งแต่ 0 แต่ไม่เกิน 1 $(0 \leq reliability \leq 1)$ ยิ่งความเที่ยงมีค่าเข้าใกล้หนึ่ง แสดงให้เห็นว่า ความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการวัดน้อยมาก เป็นการบอกว่า คะแนนจริงกับคะแนนสังเกตได้ใกล้เคียงกันมาก แต่ถ้าความเที่ยงเข้าใกล้ 0 แสดงว่า ความคลาดเคลื่อนจากการวัดมีมาก เป็นการบอกว่าคะแนนจริงกับคะแนนสังเกตได้ต่างกันมาก

ความเที่ยงแบ่งออกเป็นหลายประเภท หนึ่งในประเภทของความเที่ยงที่นักวิจัยนิยมใช้มากที่สุด คือ ความเที่ยงแบบความสอดคล้องภายใน (Internal Consistency) หมายถึง ข้อคำถาม (items) ในแบบทดสอบมีความสอดคล้องกันหรือไม่ และมีแนวโน้มที่จะวัดสิ่งเดียวกันหรือไม่ โดยการหาค่าความเที่ยงประเภทนี้มี 3 วิธี ได้แก่ ความเที่ยงแบบแบ่งครึ่ง (Split-Half Reliability) ความเที่ยงโดยใช้สูตร Kuder และ Richardson (KR-20 และ KR-21) และความเที่ยงโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์ของแอลฟาครอนบาค

ในที่นี้ ผู้เขียนจะขอนำเสนอเพียง 2 สูตร คือ ความเที่ยงโดยใช้สูตร KR-20 และความเที่ยงโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์ของแอลฟาครอนบาค เพราะนักวิจัยทางสังคมศาสตร์และนักการศึกษาต่างนิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือวิจัย สำหรับสูตร KR-21 ที่บทความนี้ไม่ได้กล่าวถึง เนื่องจากข้อตกลงเบื้องต้นของสูตรนี้ค่อนข้างเข้มงวด กล่าวคือ ข้อสอบทุกข้อต้องมีค่าความยากเท่ากัน จึงเป็นไปได้ยากในทางปฏิบัติ ประกอบกับแม้ว่าจะได้ค่าความยากเท่ากันทุกข้อก็สามารถใช้สูตร KR-20 แทนได้ และค่าความเที่ยงของสูตร KR-21 ก็จะเท่ากับ KR-20 และความเที่ยงแบบแบ่งครึ่งข้อสอบ สำหรับ KR-21 นั้นบทความนี้ไม่ได้นำเสนอ เนื่องจากมีข้อตกลงเบื้องต้นที่เข้มงวด กล่าวคือ ข้อสอบทุกข้อต้องมีค่าความยากเท่ากัน ซึ่งเป็นไปได้ยากในทางปฏิบัติ นอกจากนี้ แม้จะเป็นไปตามข้อตกลงดังกล่าวก็สามารถใช้สูตร KR-20 แทนได้ และจะให้ค่าความเที่ยงที่เท่ากัน และความเที่ยงแบบแบ่งครึ่งมีข้อจำกัดสำคัญคือ ค่าความเที่ยงที่ได้ขึ้นอยู่กับวิธีการแบ่งครึ่งฉบับแบบทดสอบ ซึ่งอาจได้ค่าที่แตกต่างกันในแต่ละครั้ง ทำให้ขาดความคงที่ เมื่อเทียบกับ KR-20 และ Cronbach's Alpha

อย่างไรก็ตาม ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลเป็นเพียงตัวเลขเท่านั้น นักวิจัยจำเป็นที่จะต้องทราบเกณฑ์การแปลความหมายว่า เครื่องมือมีคุณภาพสามารถนำไปใช้ได้ คือ ความ

เที่ยงควรมีค่าตั้งแต่ 0.70 ขึ้นไป จึงจะถือว่ายอมรับได้ (Acceptable value) (Taber, 2018; Tavakol & Dennick, 2011)

ความเที่ยงโดยใช้สูตร KR20

การประมาณค่าความเที่ยงโดยใช้สูตร KR-20 พัฒนาโดย Kuder and Richardson ในปี 1937 สูตร KR-20 ใช้กับข้อสอบที่มีการตรวจให้คะแนนแบบ 2 ค่า (Dichotomous Scoring) คือ 0 (ตอบผิด) กับ 1 (ตอบถูก) สูตรนี้หากมองให้ชัดเป็นสูตรที่มีการนำค่าความยากของข้อสอบมาคำนวณ โดยสัดส่วนของผู้ที่ตอบถูก คือ p และสัดส่วนของผู้ที่ตอบผิด คือ q (Kuder and Richardson, 1937 อ้างถึงใน Cronbach, 1951) โดยใช้สูตร

$$KR-20 = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum_i p_i q_i}{\sigma_t^2}\right); i = 1,2,\dots,n$$

โดยที่ i แทน ข้อสอบข้อที่ i

p_i แทน สัดส่วนของผู้ที่ตอบถูก (ได้คะแนน = 1)

$q_i = 1 - p_i$ แทน สัดส่วนของผู้ที่ตอบผิด (ได้คะแนน = 0)

σ_i^2 แทน ความแปปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

n แทน จำนวนข้อสอบ

ความเที่ยงโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์

การประมาณค่าความเที่ยงโดยใช้สูตรสัมประสิทธิแอลฟาครอนบาค พัฒนาโดย Cronbach ในปี 1951 สูตร เป็นสูตรกรณีทั่วไป (General form) ของสูตร KR-20 ใช้กับข้อสอบที่มีการตรวจให้คะแนนแบบ 2 ค่า (Dichotomous Scoring) คือ 0 กับ 1 และแบบสอบที่มีตรวจให้คะแนนหลายค่า (Polytomous Scoring) เช่น แบบสอบถามมาตรประมาณค่า (Rating Scale) (Cronbach, 1951) สัมประสิทธิ์ของแอลฟาครอนบาคจะมีค่าประมาณความเที่ยงที่แม่นยำที่สุดก็ต่อเมื่อข้อมูลเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น 2 ประการ คือ ประการแรก ข้อสอบต้องมีความสมมูลกัน (Essentially Tau-Equivalent) ซึ่งกำหนดให้ข้อสอบทุกข้อในเครื่องมือวัดต้องมีค่าน้ำหนักองค์ประกอบ (Factor Loadings) เท่ากัน แม้ว่าค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (Error Variance) แต่ละข้อจะแตกต่างกัน และประการที่สอง

ความคลาดเคลื่อนของการวัดไม่สัมพันธ์กัน (Uncorrelated Errors) (Cronbach, 1951; Graham, 2006; Novick & Lewis, 1967; Jouve, 2025) โดยใช้สูตร

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum_i V_i}{V_t}\right)$$

โดยที่ i แทน ข้อสอบข้อที่ i

V_i แทน ความแปปรวนของของข้อสอบข้อที่ i

V_t แทน ความแปปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

n แทน จำนวนข้อสอบ

โดยทั่วไปหากพิจารณาเฉพาะสูตรการคำนวณโดยไม่มองความเชื่อมโยง จะเห็นว่าสูตรการหาค่าความเที่ยงของ KR-20 และสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาครอนบาคมีรูปแบบที่ต่างกัน แต่ผู้วิจัยส่วนใหญ่ทราบดีว่า เมื่อต้องการหาค่าความเที่ยงของแบบสอบแบบเลือกตอบ (แบบสอบปรนัย) ซึ่งเป็นแบบสอบที่ให้คะแนนเพียง 2 ค่า คือ 0 กับ 1 เท่านั้น สามารถวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ เช่น Jamovi หรือ SPSS โดยใช้คำสั่งครอนบาคแอลฟาได้เลย ซึ่งจะได้ค่าความเที่ยงที่เท่ากับการคำนวณด้วยสูตร KR-20 พอดี

เหตุผลที่ค่าความเที่ยงทั้งสองวิธีเท่ากัน เพราะทั้งสองสูตรมีหลักการเดียวกัน คือ นำความแปรปรวนของคะแนนข้อสอบแต่ละข้อ และความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับมาใช้ในการคำนวณ ผู้เขียนจะอธิบายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของทั้งสองสูตร เพื่อแสดงให้เห็นว่า “เมื่อแบบสอบให้คะแนนเพียง 0 กับ 1 ค่าความเที่ยงที่คำนวณจากสูตร KR-20 และแอลฟาครอนบาคจะเท่ากันเสมอ” ดังนี้

ความสัมพันธ์ระหว่าง KR-20 กับ Cronbach's Alpha Coefficient

หัวข้อนี้จะนำเสนอการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงว่า ถ้าต้องการหาความเที่ยงของแบบสอบที่ให้คะแนนแบบ 0, 1 ค่าความเที่ยงของสูตร KR-20 กับ Cronbach's Alpha Coefficient จะมีค่าเท่ากัน พร้อมกับแสดงตัวอย่างการคำนวณเพื่อให้ผู้อ่านเห็นภาพชัดเจนขึ้น

ทำไมสูตรนี้ถึงเท่ากัน หากพิจารณาสูตรของ KR20 และ Cronbach's Alpha Coefficient จะเห็นว่า ความลับนั้นอยู่ที่ความแปรปรวนรายข้อ ซึ่งถ้าเป็นสูตร KR20 ความแปรวนรายข้อคือ $p_i q_i$ ส่วนสูตร Cronbach's Alpha Coefficient ความแปรปรวนรายข้อคือ V_i

จะสังเกตว่า ความแปรปรวนรายข้อของสูตร KR20 เท่ากับ $p_i q_i$ มาจากการคำนวณข้อมูลที่มีลักษณะแบบ 2 ค่า คือ 0, 1 หากมองเบื้องหลังของสูตร KR-20 ด้วยทฤษฎีการแจกแจงความน่าจะเป็นนั้น มาจากการที่ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแบร์นูลลี่ (Bernoulli Distribution) ซึ่งการแจกแจงตัวแปรสุ่มนี้ สนใจผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นเพียง 2 ค่า คือ สำเร็จ (Success) กับ ไม่สำเร็จ (Failure) ถ้าเชื่อมโยงเข้ากับการวัดผลการศึกษา ก็คือ การทำข้อสอบแบบเลือกตอบ หรือแบบถูก-ผิด เมื่อเราตรวจให้คะแนน ผลลัพธ์ที่ได้จะมีเพียง 2 ค่าเท่านั้น ได้แก่ 1 คะแนน เมื่อตอบถูก และ 0 คะแนน เมื่อตอบผิด (Foster, 2021)

ดังนั้น เมื่อเราทำข้อสอบแบบเลือกตอบ ที่มีการตรวจให้คะแนน 2 ค่า คือ 0, 1 ข้อมูลผลการตอบข้อสอบที่ได้จะมีลักษณะการแจกแจงแบบแบร์นูลลี่ (Bernoulli Distribution) นั่นคือ กำหนดให้ p แทน การตอบข้อสอบถูก ได้ 1 คะแนน และ $q = 1 - p$ แทน การตอบข้อสอบผิด ได้ 0 คะแนน โดยการแจกแจงแบบแบร์นูลลี่ จะมีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ p และความแปรปรวน (σ^2) เท่ากับ pq

จากสูตร Cronbach's Alpha Coefficient ข้างต้น หากเปลี่ยนสัญลักษณ์ตัวแปรที่แทนความแปรปรวนของข้อสอบแต่ละข้อ จาก V_i เป็น σ_i^2 และความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ จาก V_t เป็น σ_t^2 จะได้สูตรเป็น

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum_i \sigma_i^2}{\sigma_t^2}\right)$$

จากสูตร KR20 ที่มีการแจกแจงแบร์นูลลี่ จะได้ว่า ความแปรปรวน = $\sigma_i^2 = pq$
นำค่าความแปรปรวน $\sigma_i^2 = pq$ แทนในสูตร α
ทำให้ได้ว่า

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum_i \sigma_i^2}{\sigma_t^2}\right) = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum_i p_i q_i}{\sigma_t^2}\right) = KR - 20$$

นั่นคือ $\alpha = KR - 20$ หรือ ความเที่ยงสูตร Cronbach's Alpha Coefficient เท่ากับสูตร KR-20 กรณีที่แบบสอบมีการตรวจให้คะแนนแบบ 2 ค่า (0, 1) ค่าที่คำนวณได้จาก 2 สูตรนี้จึงเท่ากัน

ดังนั้น สูตร Cronbach's Alpha Coefficient จึงเป็นกรณีทั่วไปของ KR20 หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ KR-20 เป็นกรณีพิเศษของ Cronbach's Alpha Coefficient

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการคำนวณค่าความเที่ยงด้วยสูตร KR-20 และสูตร Cronbach's Alpha Coefficient ผ่านการคำนวณด้วยข้อมูลเชิงประจักษ์เพื่อให้ผู้อ่านเห็นภาพชัดเจนขึ้น

ตัวอย่างการคำนวณค่าความเที่ยงด้วยสูตร KR-20

กำหนดให้แบบสอบมีจำนวน 5 ข้อ มีผู้สอบ จำนวน 10 คน แบบสอบฉบับนี้มีการตรวจให้คะแนนเป็น 0 (ตอบผิด) กับ 1 (ตอบถูก) ดังตาราง

ผู้สอบ	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	คะแนนรวม
1	1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0
3	1	1	0	0	0	2
4	0	0	1	0	0	1
5	1	1	1	0	0	3
6	1	0	0	0	0	1
7	1	1	1	0	0	3
8	1	1	1	1	0	4
9	1	1	1	1	1	5
10	1	1	1	1	1	5
p_i	0.8	0.6	0.6	0.3	0.2	$\sigma_t^2 = 2.85$
q_i	0.2	0.4	0.4	0.7	0.8	
$p_i q_i$	0.16	0.24	0.24	0.21	0.16	$\sum_i p_i q_i = 1.01$

จากสูตร KR-20

$$KR-20 = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum_i p_i q_i}{\sigma_t^2}\right)$$

แทนค่าในสูตร $n = 5$, $\sum_i p_i q_i = 1.01$, $\sigma_t^2 = 2.85$
จะได้

$$KR-20 = \frac{5}{5-1}\left(1 - \frac{1.01}{2.85}\right) = \frac{5}{4}\left(1 - \frac{1.01}{2.85}\right) = 0.807$$

ดังนั้น KR-20 = 0.807 หมายความว่า เครื่องมือฉบับนี้มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.807 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่ยอมรับได้ คือ 0.70 (Taber, 2018; Tavakol & Dennick, 2011) ผลดังกล่าวสะท้อนให้เห็นว่าเครื่องมือวิจัยฉบับนี้มีความเที่ยงอยู่ในระดับที่เหมาะสมและมีคุณภาพเพียงพอที่จะนำไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลจริง

ตัวอย่างการคำนวณค่าความเที่ยงด้วยสูตร Cronbach's Alpha Coefficient

การคำนวณด้วยสูตร Cronbach's Alpha Coefficient ใช้ข้อมูลชุดเดียวกันกับสูตร KR-20 ดังตาราง

ผู้สอบ	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	คะแนนรวม
1	1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0
3	1	1	0	0	0	2
4	0	0	1	0	0	1
5	1	1	1	0	0	3
6	1	0	0	0	0	1
7	1	1	1	0	0	3
8	1	1	1	1	0	4
9	1	1	1	1	1	5
10	1	1	1	1	1	5
σ_i^2	0.16	0.24	0.24	0.21	0.16	$\sigma_t^2 = 2.85$
$\sum_i \sigma_i^2$	1.01					

ข้อสังเกต ความแปรปรวนข้อสอบข้อที่ 1
จากสูตร Cronbach's Alpha Coefficient $\sigma_1^2 = 0.16$
เมื่อเปรียบเทียบกับการคำนวณด้วยสูตร KR-20 จะเท่ากับ
$p_1 q_1 = 0.16$ เช่นเดียวกัน

แสดงว่า $\sigma_1^2 = 0.16 = p_1 q_1$ หรือกล่าวได้ว่า ความแปรปรวนรายข้อที่คำนวณด้วยสูตร Cronbach's Alpha Coefficient เท่ากับความแปรปรวนรายข้อที่คำนวนด้วยสูตร KR-20 สำหรับความแปรปรวนข้ออื่นๆ ก็คิดเหมือนข้อ 1

จากสูตร Cronbach's Alpha Coefficient

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum_i \sigma_i^2}{\sigma_t^2}\right)$$

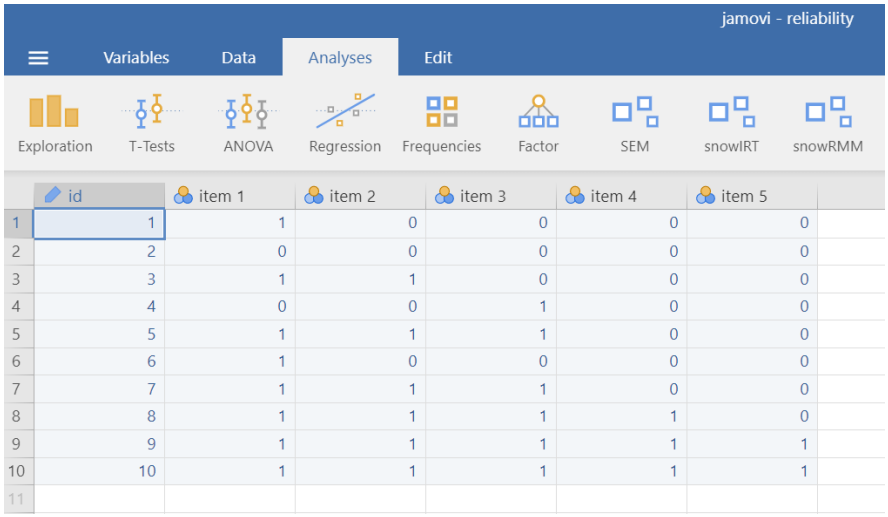
แทนค่าในสูตร $n = 5$, $\sum_i \sigma_i^2 = 1.01$, $\sigma_t^2 = 2.85$
จะได้

$$\alpha = \frac{5}{5-1}\left(1 - \frac{1.01}{2.85}\right) = \frac{5}{4}\left(1 - \frac{1.01}{2.85}\right) = 0.807$$

ดังนั้น Cronbach's Alpha Coefficient = 0.807 แสดงให้เห็นว่าเครื่องมือมีคุณภาพอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้และมีความน่าเชื่อถือ สามารถนำไปเก็บรวบรวมข้อมูลต่อไปได้

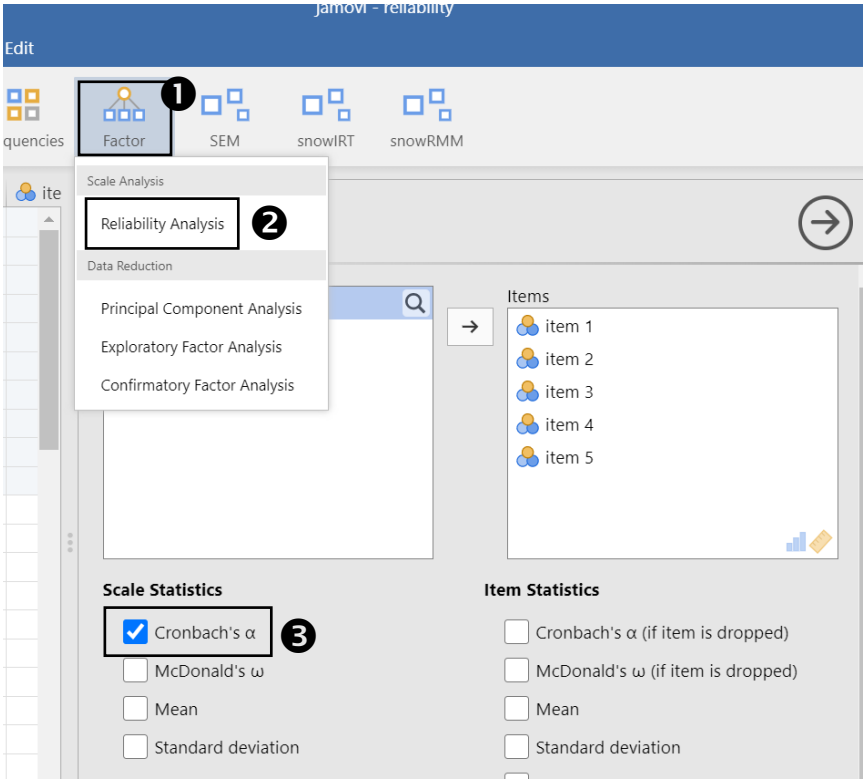
ตัวอย่างการวิเคราะห์ความเที่ยงด้วยโปรแกรม Jamovi

จากข้อมูลชุดเดียวกัน เมื่อนำไปวิเคราะห์หาค่าความเที่ยงด้วยโปรแกรม Jamovi โดยใช้เมนู Factor → Scale Analysis → Reliability Analysis → Scale Statistics → Cronbach's Alpha (The jamovi project, 2025)

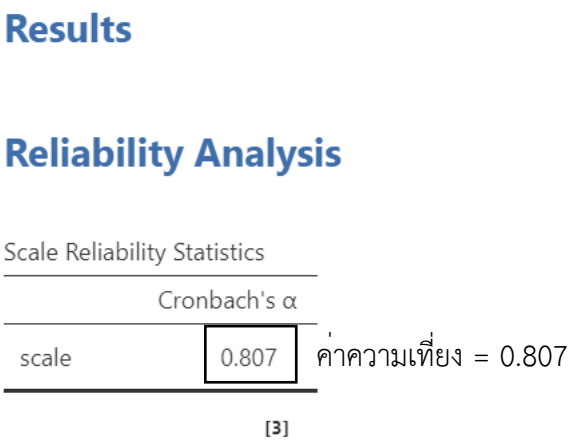


	id	item 1	item 2	item 3	item 4	item 5
1	1	1	0	0	0	0
2	2	0	0	0	0	0
3	3	1	1	0	0	0
4	4	0	0	1	0	0
5	5	1	1	1	0	0
6	6	1	0	0	0	0
7	7	1	1	1	0	0
8	8	1	1	1	1	0
9	9	1	1	1	1	1
10	10	1	1	1	1	1
11						

ภาพที่ 1 การบันทึกข้อมูลผลการตอบข้อสอบ (0, 1) ลงในโปรแกรม



ภาพที่ 2 เมนูการวิเคราะห์ค่าความเที่ยง



ภาพที่ 2 ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ค่าความเที่ยงด้วยโปรแกรม Jamovi

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรม Jamovi โดยใช้สูตร Cronbach's Alpha เท่ากับ 0.807 ซึ่งเท่ากับการคำนวณมือทั้งสองสูตร

ดังนั้น จากตัวอย่างการคำนวณค่าความเที่ยงของแบบสอบที่มีการตรวจให้คะแนนแบบ 2 ค่า คือ 0, 1 ด้วยสูตร KR-20 และ Cronbach's Alpha Coefficient จะให้ค่าความเที่ยงเท่ากัน คือ 0.807 จึงเป็นเหตุผลว่า ทำไมเราจึงวิเคราะห์หาค่าความเที่ยงด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติโดยใช้สูตร Cronbach's Alpha แทนได้ เพราะทั้งสองคือสูตรเดียวกัน โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ เช่น SPSS หรือ Jamovi จึงมีให้เลือกเพียงสูตรเดียว คือ Cronbach's Alpha Coefficient เพื่อให้สามารถใช้คำนวณค่าความเที่ยงของเครื่องมือวิจัยที่มีการตรวจให้คะแนนแบบหลายค่าได้

สรุป

ในการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ ส่วนใหญ่จะมีการรายงานค่าความเที่ยงในรูปของ Cronbach’s Alpha เป็นหลัก ขณะที่สูตร Kuder–Richardson Formula 20 (KR-20) มักไม่ปรากฏเป็นตัวเลือกเฉพาะในซอฟต์แวร์ทั่วไป สำหรับกรณีที่ข้อมูลมีลักษณะเป็นแบบสองค่า (dichotomous) คือ การให้คะแนนแบบ 0 และ 1 การรายงานค่าความเที่ยงควรระบุว่าใช้สูตร KR-20 ตามหลักการทางทฤษฎี ทั้งนี้สามารถนำค่าที่โปรแกรม

คำนวณด้วยสูตร Cronbach’s Alpha มารายงานแทนได้ เนื่องจาก KR-20 เป็นกรณีพิเศษของสูตร Cronbach's Alpha เมื่อข้อมูลเป็นแบบสอบค่า

ในทางกลับกัน หากข้อมูลไม่ได้อยู่ในรูปแบบ 0 และ 1 หรือเป็นคะแนนแบบหลายค่า (polytomous) การรายงานค่าความเที่ยงสามารถใช้สูตร Cronbach’s Alpha Coefficient ได้โดยตรง เนื่องจากเป็นสูตรที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลประเภทดังกล่าว

เอกสารอ้างอิง

ศิริชัย กาญจนวาสี. (2556). ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม. (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Cortina, J. M. (1993). What is coefficient alpha? An examination of theory and applications. Journal of Applied Psychology, 78(1), 98–104. https://doi.org/10.1037/0021-9010.78.1.98

Cronbach, L. J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. Psychometrika, 16, 297–334. https://doi.org/10.1007/BF02310555

Crocker, L. & Algina, J. (1986). Introduction to classical and modern test theory. Holt, Rinehart and Winston.

Foster, R. C. (2021). KR20 and KR21 for Some Nondichotomous Data (It’s Not Just Cronbach’s Alpha). Educational and Psychological Measurement, 81(6), 1172-1202. https://doi.org/10.1177/0013164421992535

Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. (2019). How to Design and Evaluate Research in Education (7th ed.). McGraw Hill Higher Education.

Graham, J. M. (2006). Congeneric and (essentially) tau-equivalent estimates of score reliability: What they are and how to use them. Educational and Psychological Measurement, 66(6), 930–944.

Novick, M. R. & Lewis, C. (1967). Coefficient alpha and the reliability of composite measurements. Psychometrika, 32(1), 1–13.

Nunnally, J. C. & Bernstein, I. H. (1994) The Assessment of Reliability. Psychometric Theory, 3, 248-292.

Salkind, N. J. & Frey, B. B. (2022). Tests & Measurement for People Who (Think They) Hate Tests & Measurement (4th ed.) SAGE Publications.

Taber, K. S. (2018). The Use of Cronbach's Alpha When Developing and Reporting Research Instruments in Science Education. Res Sci Educ, 48, 1273–1296. https://doi.org/10.1007/s11165-016-9602-2

Tavakol, M. & Dennick, R. (2011). Making Sense of Cronbach's Alpha. International Journal of Medical Education, 2, 53-55. http://dx.doi.org/10.5116/ijme.4dfb.8dfd

The jamovi project (2025). jamovi (Version 2.6) [Computer Software]. Retrieved from https://www.jamovi.org

Educational Content Team. (2025, December 4). Cronbach's alpha: Meaning, formula, and interpretation. (Jouve, X. Ed.). Cogn-IQ. https://www.cogn-iq.org/learn/theory/cronbachs-alpha/